Aufgabe 1

Zeigt doch mal, dass es sich bei folgendem Aussagenschema um eine Tautologie handelt:

$$(A \supset B) \supset (\sim B \supset \sim A)$$

(Hinweis: Tautologien sind Aussagenschemata, die **stets wahr** sind, egal also, ob die Aussagen A und B wahr oder falsch sind. Den geforderten Beweis kann man also durch Vervollständigung folgender Tabelle führen:

A	B	$\sim A$	$\sim B$	$A \supset B$	$\sim B \supset \sim A$	$(A \supset B) \supset (\sim B \supset \sim A)$
w	w					
w	f					
f	w					
f	f					

)

Aufgabe 2

Was passiert, wenn wir für A und B konkrete Formeln einsetzen, wie etwa P(x) für A und Q(y) für B? Wir erhalten dadurch die prädikatenlogische Formel:

$$(P(x) \supset Q(y)) \supset (\sim P(x) \supset \sim Q(y))$$

Wir wissen schon, dass diese prädikatenlogische Formel eine Tautologie sein muss, da ja das Formelschema bereits tautologisch ist. Zeigt doch trotzdem mal (zur Übung), dass es sich hierbei um eine Tautologie handelt, indem ihr das semantische Kalkül anwendet. (Hinweis: Nehmt einfach an, es gäbe ein Modell und eine Belegung derart, dass die Formel nicht erfüllt ist im Modell unter der Belegung, und führt dies zum Widerspruch. Nummeriert die Zeilen eures Beweises durch und schreibt hinter jeder Zeile, woraus diese sich ergibt. Beispiel:

Beweis, dass $P(x) \vee \sim P(x)$ eine Tautologie ist

1. $M, ß \mid\neq P(x) \vee \sim P(x)$
2. $M, ß \mid\neq P(x)$ aus 1.
3. $M, ß \mid\neq \sim P(x)$ aus 1.
4. $M, ß \mid= P(x)$ aus 3.
5. $ß(x) \notin I(P)$ aus 2.
6. $ß(x) \in I(P)$ aus 4.

5. und 6. widersprechen sich. Also ist $P(x) \vee \sim P(x)$ eine Tautologie.
)

Viel Spaß!